

Received:
February 07, 2020

Accepted:
April 24, 2020

Published:
April 30, 2020

Financial speculation as an investment alternative for rural producers

Bruno Ferreira Campos da Silva¹ , Carlos Alberto Mirez Tarrillo¹ 

¹ Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, Brasil.

Email address

brunobfcs@gmail.com (Bruno F. C. Silva) – Corresponding author.

Abstract

This article presents the theory that involves the Black - Scholes and Binomial models as an investment alternative for rural producers. When doing a study on these producers, it is noticed that production in the field is directed to subsistence. New investment alternatives, through mathematical models in the pricing of options in the financial markets, are necessary not only to increase investment in the rural environment, but also to be another way to get income. Given the uncertainty scenarios it is possible to conclude that, if the rural producer uses the models for a scenario where there is a great variation in the volatility of the commodities, the ideal is to use the Binomial model that presents better results. If the scenario is with a variation in the interest rate prevailing in the market then it is favorable to use the Black - Scholes model.

Keywords: Black – Scholes, Producer, Options, Volatility.

1. Introdução

Os mercados financeiros têm sido objeto de inúmeros estudos. Essa preocupação provém dos gestores da Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F (atual [B]³ – Brasil, Bolsa, Balcão), os quais identificaram um desconhecimento de procedimentos básicos por parte das pessoas físicas nas operações financeiras. Devido à falta de conhecimento a respeito do funcionamento desta instituição, é necessária a realização de estudos a respeito de tais Mercados, objetivando uma aproximação da sociedade civil com esta entidade.

O Mercado de Derivativo é relativo ao conceito de derivação, ou seja, que se origina de outro. Esses derivativos estão ligados a outro instrumento que lhes servem de base de referência nos quais são comercializados no mercado à vista. Na literatura podemos ver que o mercado de derivativo se subdivide em três tipos: Mercado a Termo, Mercado de Futuro e Mercado de Opções. Olhando para os mercados de opções é comum encontrar alguns problemas. Suponha que o preço de um bem é fixado em uma data futura, torna-se arriscado operar em tais mercados em virtude das possíveis eventualidades futuras, neste caso o preço futuro pode oscilar de maneira desordenada.

Considere que um produtor de milho tenha uma previsão de vários sacos de milho a ser colhido em um tempo futuro. No tempo presente, o investidor, comprador, quer obter

tais sacos, haverá a necessidade da negociação de um contrato com o produtor. Neste contrato deverá conter os valores a serem negociados na venda do milho. No entanto tanto comprador como vendedor não podem desconsiderar eventualidades futuras. O preço estimado da saca do milho torna-se arriscado, onde ambas as partes assumem o risco de prejuízo. Os produtores rurais vendem seus excedentes em pequenas feiras e mercados nas cidades, sem nenhuma forma de contrato ou resguardo específico (Armicopa, 2005), no entanto, o produtor sofre com as dificuldades apresentadas com o trabalho na terra.

A maior parte de suas produções é para a subsistência, sendo vendido somente uma pequena parte da produção. Esses produtores rurais sofrem com problemas financeiros, sem incentivos por parte dos governantes, e em alguns casos apresentando famílias com alto grau de carência econômica.

A precificação de opções¹ de compra e venda é um problema sério que consiste no gerenciamento dos riscos, a fim de possibilitar uma precificação justa de uma opção. Um dos primeiros a estudar a teoria de preços de ações² flutuantes foi L. Bachelier (1900), cujo trabalho pode ser visto em (Bonotto, 2008). Neste contexto, os economistas Fischer Black e Myron Scholes apresentaram, em 1973, a fórmula de Black – Scholes no artigo “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”. Esta fórmula modela o preço V de uma opção europeia³, em função do tempo t e do valor S do ativo,

¹Contratos que concedem o direito, mas não a obrigação de comprar, ou vender determinado ativo.

²É o valor mobiliário emitido pelas companhias e representativo de parcela do capital.

³O titular da opção só pode exercer o contrato no fim da maturidade.

onde é dado uma taxa de juros r vigente do mercado e uma variância também relativa ao ativo em questão.

O entendimento do estudo sobre os mercados financeiros, inclusive o mercado de futuros e de opções é necessário para realizar operações com contratos de opções. O objeto de pesquisa desse artigo é mostrar possíveis especulações de investimento para produtores rurais frente a crescente dificuldade encontrada nas atividades do campo. Um dos problemas de pesquisa é mostrar as possíveis especulações financeiras na utilização do modelo de Black – Scholes como forma de ganho monetário sem sofrer grandes riscos de volatilidade. Também é apresentado outro modelo de precificação de opções como forma de comparação com o modelo de Black – Scholes. Neste caso, o produtor rural não fica suprimido apenas em uma única técnica de investimento. O modelo em potencial a comparação com Black – Scholes é o Binomial, desenvolvido em 1979 por Cox, Ross e Rubinstein, ver (Cox et al., 1979).

Buscar novas alternativas de investimento leva a necessidade de se ter informações a respeito de como realizar tal processo. É apresentado uma breve discussão a respeito do primeiro investimento. Por fim, aplica-se um exemplo usando dados reais aplicados à teoria dos Mercados de Futuros, dessa forma, é discutido sobre qual melhor modelo usar, e em qual situação é mais eficaz a precificação das opções.

2. Metodologia

É revisado na literatura informações teóricas, de caráter exploratória e descritiva, apoiada numa pesquisa bibliográfica com base em diversos autores que abordam o tema tratado. A finalidade é explorar conceitos sobre os derivativos, mercado de opções, precificação de ativos e mercado de ações. É abordado ao longo do texto temas que envolvem os mercados, desenvolvendo matematicamente dois modelos de precificações de opções o modelo de *Black – Scholes* e o modelo Binomial, este último também se apresenta como um parâmetro de comparação frente ao de *Black – Scholes*. Os procedimentos que traduzem a precificação de opções europeias foram escolhidos devido sua praticidade na Bolsa de Valores, elencando as técnicas de precificação que giram em torno dos modelos.

É abordado como se comporta o trabalho no meio rural, suas dificuldades e investimentos nesse setor. Partindo desses argumentos, leva-se em preocupação a questão do primeiro investimento, considerando não somente o produtor rural, mas sim qualquer pessoa física na realização desse processo.

Simulações serão feitas com dados reais que precifiquem opções utilizando o modelo de *Black – Scholes* e Binomial. Desses resultados são comparados valores das variáveis entre os dois modelos. Por fim, através dos valores gerados é discutido sobre as vantagens e desvantagens de usar ou não um modelo de precificação e quais são as alternativas e especulações para o produtor rural que irá gerar melhores retornos.

2.1. Fonte de Dados

Os dados utilizados para a realização das simulações foram coletados da BM&FBOVESPA no ano de 2016. Atualmente a BM&BOVESPA mudou sua nomenclatura, passando para B3 ou [B]³ que surgiu após a fusão da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo com a Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos – CETIP, em 22 de março de 2017. O registro histórico dos dados apresentados neste artigo podem ser acessados no site da [B]³, para fins de atualização acessar a seguinte url (http://www.b3.com.br/pt_br/).

Os valores dos ativos objetos se referem ao mês de abril do ano de 2016, tendo como base os valores da volatilidade anualizada. A volatilidade utilizada para cada ação se refere ao cálculo histórico⁴ referente ao mês de abril de 2015 há abril do ano de 2016, totalizando 252 dias úteis.

A taxa de juros Selic, apresentada no artigo, foi coletada no mês de abril do ano de 2016, é a menor taxa de juros no mercado, usada como base para outras taxas de juros na economia brasileira, para seu cálculo é considerado as operações de compra e venda de títulos federais⁵. Esta taxa é expressa na forma anual de 252 dias úteis e não é fixa, variando praticamente todos os dias, porém dentro de um intervalo pequeno. Existe uma meta da taxa selic, que é determinada oito vezes por ano, estabelecido pelo Comitê de Política Monetária, órgão constituído com a finalidade de estabelecer as diretrizes da política monetária e definir a taxa básica de juros.

3. Produtores Rurais

No meio rural é possível observar uma grande degradação dos solos, desmatamentos, queimadas, secas dos rios e córregos. Os agricultores enfrentam dificuldades em produzir na terra, e as vezes utilizam de forma incorreta adubos e produtos químicos para a manutenção de seus plantios e lavouras. Mesmo com essas adversidades, a agricultura resiste e as famílias vivem do trabalho do campo, (Assis, 2005).

O desenvolvimento econômico rural, acontece de forma lenta e trabalhosa por parte dos agricultores. A comercialização dos produtos produzidos na terra é realizada periféricamente, quase que exclusivamente local, (Pinheiro et al., 2009).

Mesmo existindo diversas potencialidades capazes de incentivar o desenvolvimento das regiões através dos recursos naturais e das diversidades culturais, essas regiões possuem uma economia voltada para o setor primário⁶, com isso é preciso uma melhor organização do comércio rural para que haja uma competitividade e expansão para outros mercados.

Esse crescimento do mercado se faz necessário, pois a produção originada da agricultura é voltada para o próprio consumo e o excedente é vendido em feiras locais, ou comercializado com atravessadores. Depois dos anos 80, as

⁴Volatilidade calculada através do desvio padrão histórico dos retornos do ativo objeto no período considerado de um ano.

⁵Os títulos públicos federais que representam a disponibilidade financeira do governo federal brasileiro e são emitidos pelo Tesouro Nacional.

⁶O setor primário é entendido como um o conjunto de atividades econômicas que extraem e transformam a matéria-prima, ou seja, transformam os recursos naturais em produtos primários. As atividades importantes neste setor incluem agricultura, a pesca, a pecuária e a mineração em geral.

organizações sociais do meio rural fortaleceram as experiências de incentivo à produção, de desenvolvimento da política e cultura.

Com os problemas causados devido ao tradicionalismo e costumes do uso da terra, surgiu a necessidade do homem do campo de participar de ações que ajudassem no desenvolvimento rural, permitindo melhorar os programas e as demandas sociais ampliando os recursos disponíveis do governo para as regiões rurais.

3.1. Programas Rurais

Em todo território nacional existem programas voltados para o meio rural, são alguns deles: Programa Arca das Letras, Programa Desenvolvimento Sustentável – DRS, Programa Desenvolvimento Sustentável da Agricultura, Programa de Apoio ao Desenvolvimento do Setor Agropecuário, Programa de Assistência Técnica e Desenvolvimento Rural na Agricultura Familiar, Programa de Educação Ambiental para Sociedades Sustentáveis, Programa Banco da Terra, Crédito Fundiário, e etc. (Dulci, 1999).

Esses programas não são suficientes para resolver todos os problemas dessas regiões e não são divulgados corretamente para os interessados, (Amaral, 1988).

Algumas localidades no país são vistas com imagens sofridas, como um povo pobre e desamparado pelos governantes. Entre algumas famílias de baixa renda, a principal fonte de renda provém de políticas públicas, como por exemplo, o Bolsa Família⁷, (Peixoto, 2014), outras fontes de renda seria aposentadorias, pensões, serviços voltados a agricultura ou não.

Dessa forma, os programas rurais não se apresentam como uma forma de resolver todos os problemas dessas localidades na zona rural, mas sim como forma de amenizar parte dos problemas.

3.2. Associações

As associações de produtores rurais é uma organização civil formada por famílias de produtores rurais. Essas associações têm por objetivo disseminar o desenvolvimento de ações que beneficiam a comunidade que as formam. A associação em conjunto, realizam compras de máquinas, equipamentos em geral, animais para o uso de todos, constroem galpões de uso de todos, realizam embalagem de produtos rurais, proporcionam o comércio, trabalham com artesanatos realizados pelas famílias dos agricultores, reivindicam apoio ao Governo, e etc.

Estas associações, cooperativas⁸ e sindicatos⁹, possuem uma constituição e funcionamentos diferenciados, mas são todas voltadas para a ajuda mútua da comunidade, (Armicopa, 2005). As associações trazem algumas vantagens para os produtores rurais, facilitando a assistência técnica para a melhoria da produção, gerando mais produtividade; ajuda na

utilização de alguns bens comuns; com melhores resultados de produção, as associações incentivam o mercado interno nas regiões; proporciona oportunidades de emprego, ajudando a melhorar a renda das famílias de agricultores; incentiva também a permanência do homem no campo, (Druker, 1997).

Criado a associação, é formada uma diretoria, composta por presidente, secretário, tesoureiro e suplentes. Então é realizada assembleias onde são tomadas as decisões importantes em prol das famílias dos agricultores rurais.

3.3. Recursos e Investimentos para os Produtores Rurais

Como já foi mencionado, o produtor rural recebe alguns incentivos por parte do governo através de programas rurais, tais recursos tendem a proporcionar um melhor desenvolvimento da agricultura. Mesmo com ajuda do governo, e com o amparo das associações, cooperativas e sindicatos o produtor rural acaba retirando seus recursos de subsistência basicamente da terra.

Quando se retrata a figura do produtor rural é abordado todos os níveis de produtores rurais, desde aqueles com uma simples horta perto de sua casa, a grandes vendedores de produtos originados da terra. Nesta perspectiva encontra-se famílias agrícolas¹⁰, famílias não agrícolas¹¹ e famílias pluriativas¹², (Frantz, 2002). Nem todos os membros de famílias de agricultores, estão inseridos diretamente na atividade do campo.

Os produtores rurais recorrem a investimentos oriundos, por exemplo, de programas do governo e utilizam esse dinheiro para dar desenvolvimento em suas atividades agrícolas. Então, com o apoio dos sindicatos, associações, cooperativas, ou outros, esses produtores obtêm certo retorno financeiro com a venda de seus produtos, ou mesmo com o consumo próprio economizando assim de comprar em outros lugares.

Dessa forma, o produtor rural consegue manter o ciclo de sua produção, pega dinheiro emprestado dos programas rurais, obtêm seus produtos, paga o que deve e se mantém ativo em suas atividades no meio rural.

3.4. Outras Formas de Investimento

Investir na atividade agrícola, faz com que o produtor rural confie no bom preço dos produtos para poder vender. Seus produtos oriundos do trabalho rural, são como qualquer outro ativo financeiro, sofre riscos de variações nos preços. Essa variação de preços está ligada a diversos fatores, como exemplo, o clima. Em certos períodos do ano, pode ocorrer mudanças no clima, causando assim secas, geadas, alagamentos, entre outras causas, afetando de forma direta no preço dos produtos agrícolas.

Caso haja alguma interferência no ganho monetário em relação aos produtos agrícolas, ou seja, a perda total ou parcial

⁷O Bolsa Família é um programa do governo de transferência direta de renda por parte do governo que beneficia famílias com renda mensal baixa.

⁸Uma organização de tipo associativo que desenvolve ações nos campos social e econômico. É formado por uma sociedade de pessoas e não de capital visando lucro.

⁹O sindicato é uma associação que reúne pessoas de um mesmo segmento econômico ou trabalhista visando lucro.

¹⁰Todos os membros da família exercem atividades principais voltadas à agricultura pecuária.

¹¹Quando as atividades principais dos membros das famílias não são voltadas à ocupação agropecuária.

¹²Quando pelo menos um trabalhador da família exerça uma ocupação não agrícola.

das lavouras ou dos animais, como exemplo, a criação de aves, suínos, bovinos e outros, o produtor rural pode recorrer a um tipo de seguro rural¹³, (Cunha, 2002). No entanto, nem todos os produtores possuem alguma forma de seguro, então não há recuperação do capital investido, tendo assim um prejuízo financeiro e material.

É proposto aqui uma alternativa de investimento que possa amenizar possíveis perdas para o produtor rural, não somente amenizar que também ser uma fonte de investimento para desenvolver a produção no meio rural. A alternativa é voltada para o mercado financeiro, é preciso se deixar claro que o objetivo não é retirar o produtor rural do seu meio de trabalho, mas sim lhe proporcionar novas formas de se obter ganhos financeiros e incentivos a sua produção.

Como transcorrido ao longo do texto, o modelo de *Black – Scholes* e Binomial pode ser utilizado para precificar opções. O produtor rural pode utilizar desses modelos para gerir ganhos na bolsa de valores, assim como outras aplicações no mercado financeiro. Pode também, comprar ações de empresas e participar dos lucros da mesma. Parte dos ganhos obtidos com esses investimentos financeiros, podem retornar para o campo em momentos difíceis na produção, minimizando assim perdas maiores. Também, o produtor rural, pode retirar parte de seus ganhos obtidos nas vendas, por exemplo, nas feiras e aplicar mensalmente uma cota nos mercados financeiros, com isso é possível se ter uma outra fonte de renda em andamento. Vale ressaltar, que as associações, sindicatos e cooperativas não estimulam outras alternativas de investimento para o produtor rural, sendo necessário uma abordagem nessa temática voltada para beneficiar famílias que sofrem com falta de recursos próprio para gerir seus empreendimentos.

Utilizar contratos de opções de compra e venda, aplicados através dos modelos de *Black – Scholes* e Binomial, pode-se tornar uma alternativa viável para quem deseja tornar um pequeno empreendimento em um agronegócio de sucesso. Determinadas regiões no meio rural possuem recursos naturais capazes de levar pequenos produtores no campo a serem grandes produtores, basta se ter uma boa gestão dos recursos aplicado a produção. A desvantagem que pode ocorrer, caso haja a prática de investimento financeiro pelo produtor, é a má gestão de seus recursos por falta de entendimento técnico. É apresentado argumentos que podem facilitar esse entendimento de aplicação de recursos nos mercados. Num primeiro olhar, pode ser interpretado que se precisa ter vastas somas em dinheiro para poder aplicar qualquer investimento na bolsa de valores, porém não é necessário, pois existe investimentos com variadas somas de dinheiro.

4. Bolsas de Valores: Especulações Financeiras para Produtores Rurais

Como ressaltado na introdução, a falta de conhecimento das pessoas físicas sobre investimentos na Bolsa de Valores, se deve a princípio a ausência de informações a respeito de como investir corretamente. No entanto, é viável que o produtor rural tenha conhecimento da bolsa de valores [B]³, que é uma empresa que administra mercados organizados de Títulos, Valores Mobiliários,

Contratos Futuros, Opções, Ações e Contratos Derivativos. Através dela, é possível se fazer grandes ou pequenos investimentos nos mercados financeiros.

Para se obter lucro, o produtor rural não precisa investir vastas somas de dinheiro, mas sim ter um conhecimento a respeito dos mercados e saber com que tipo de investimento está lidando. É necessário que se tenha uma boa corretora¹⁴ ao seu dispor, para que se tenha um controle do dinheiro, ou seja, para que o investimento não sofra grandes riscos de perdas. Dessa forma, o produtor não precisa saber tudo sobre os mercados, ser um especialista, mas sim ter um apoio técnico suficiente para poder investir corretamente.

Investindo, e tendo um conhecimento prévio dos mercados, a garantia dos lucros é certa. Como algumas regiões é carente de recursos financeiros, a longo prazo, para quem investe pequenas quantias, os retornos são significativos, porém o investidor deve fazer um acompanhamento junto com sua corretora. Nas chamadas altas e baixas dos mercados, ou seja, quando o preço de alguns derivativos abaixa ou sobe seus valores, o investidor terá que tomar sábias escolhas para que seu capital não sofra perdas junto à essas oscilações. A ideia não é aprender perdendo dinheiro, mas sim ganhando dinheiro, podendo ocorrer posteriormente uma melhoria no investimento do meio rural.

O homem do campo não precisa ser um expert em investir, basta encontrar uma corretora do seu interesse e abrir uma conta, ou seja, fechar um contrato com a corretora para que ela trabalhe de acordo com interesse de cada um. Acompanhar seus investimentos junto com a corretora e os mercados, proporcionará uma alternativa de ganhos significativos para quem deseja ter outra fonte de renda, assim o homem do campo com grandes ou pequenas produções rurais terá um amparo financeiro em momentos de baixas na produção, ou mesmo podendo aumentar sua produção em escala comercial.

5. Resultados e Discussões

Existem dois tipos de ações comercializadas nos mercados, as ordinárias e as preferenciais, (Bonotto, 2008). Ações ordinárias ON dão aos acionistas, o direito de voto nas assembleias e a participação não preferencial nos resultados das empresas. Ações preferenciais PN concedem prioridades aos acionistas, os acionistas possuem direito nos dividendos, porém não possuem o direito de voto nas assembleias. Essas ações são negociadas na Bolsa de Valores. O valor de uma ação de uma determinada empresa, é representada em códigos e possuem 4 letras maiúsculas que fornecem abreviadamente o nome da empresa. Considera as equações,

$$C(t, S) = SN \left(\frac{\log \left(\frac{S}{E} \right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) (T - t)}{\sigma \sqrt{(T - t)}} \right) - E e^{-r(T-t)} N \left(\frac{\log \left(\frac{S}{E} \right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) (T - t)}{\sigma \sqrt{(T - t)}} \right) \quad (1)$$

¹³Protege o produtor contra perdas causadas por fenômenos da natureza e outras causas que levem a perda do valor de seus produtos, até o limite máximo de indenização contratado.

¹⁴Corretora de valores é uma pessoa jurídica auxiliar que intermedia a compra e venda de títulos financeiros para seus clientes e faz vários tipos de investimentos na Bolsa de Valores.

$$V(t, S) = E e^{-r(T-t)} N \left(-\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \right) - SN \left(-\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \right) \quad (2)$$

Para se calcular os valores das opções do tipo compra ou venda através do modelo de *Black – Scholes* deve se recorrer as equações (1) e (2) e dados encontrados em [B]³, referente ao mês de abril de 2016.

Considerando o preço de uma ação ordinária PETR3 da Petrobrás, e suponha-se seis meses antes do vencimento do contrato de uma opção. O preço da ação no mercado está em R\$ 10,53. O preço de exercício da opção é de R\$ 11,00. Já a taxa de juros livre de riscos vigente no mercado, referente à taxa Selic, é de 14,15% a.a. e a volatilidade da ação no mercado é de 81,17% a.a. E o tempo de 0,5 anos. Então, segue os seguintes parâmetros,

$$S = 10,53 \quad E = 11,00 \quad r = 0,1415 \quad \sigma = 0,8117 \\ T - t = 0,5$$

Primeiro é preciso calcular as equações (1), (2) e $e^{-r(T-t)}E$, usando uma aproximação com quatro casas decimais:

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{10,53}{11}\right) + \left(0,1415 + \frac{0,8117^2}{2}\right)(0,5)}{0,8117\sqrt{(0,5)}}$$

$$d_1 = 0,3772$$

$$d_2 = \frac{\log\left(\frac{10,534}{11}\right) + \left(0,1415 - \frac{0,8117^2}{2}\right)(0,5)}{0,8117\sqrt{(0,5)}}$$

$$d_2 = -0,1968$$

$$e^{-r(T-t)}E = e^{-0,1415(0,5)}11 = 10,2486.$$

Substituindo esses valores em (1) e (2), segue,

$$C(t, S) = 10,53N(0,3772) - 10,2486N(-0,1968)$$

$$V(t, S) = 10,2486N(0,1968) - 10,53N(-0,3772).$$

Os valores de $N(d_1)$ e $N(d_2)$ são obtidos ao consultar uma tabela com probabilidades acumuladas da função de distribuição normal padronizada, portanto obtém-se:

$$\begin{cases} C(t, S) = 2,49 \\ V(t, S) = 2,21 \end{cases}$$

Os valores e os parâmetros da ação ordinária PETR3 da Petrobrás, com valores de S a variar entre $S_0 = 0$ e $S_t = 20$,

de acordo com a figura (1), que representa os valores da opção de compra $C(t, S)$ se aproximando da maturidade. Quando o valor do ativo aumenta o valor da opção de compra também aumenta, e quando a data de vencimento da opção está próxima da maturidade o valor da opção decresce.

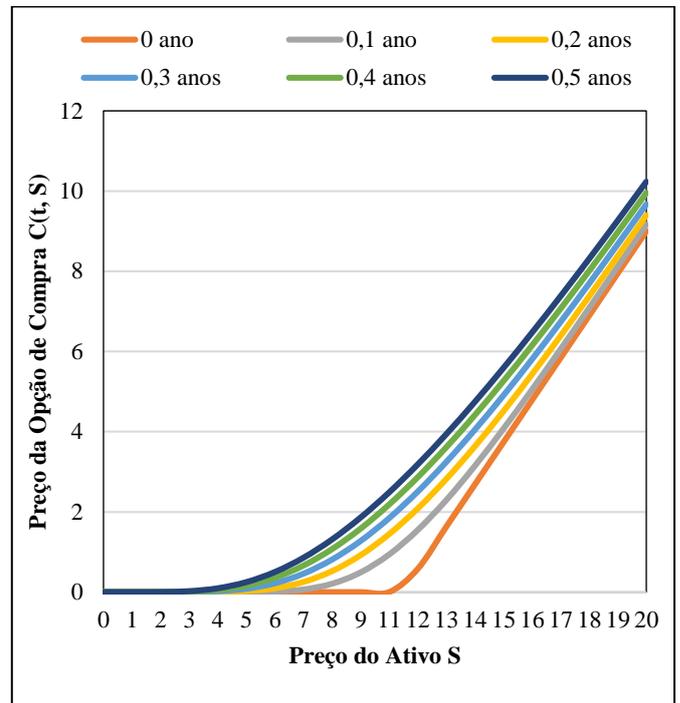


Figura 1 – Valor da opção de compra em vários momentos.

Considerando-se que o preço de exercício da opção no momento é de R\$ 11,00, para que o comprador da opção de compra não tenha lucro ou prejuízo, a ação deveria estar em R\$ 13,49 (R\$ 11 + R\$ 2,49), ou seja, a ação deveria subir R\$ 2,96 (R\$ 13,49 – R\$ 10,53). Se no mercado a ação estiver valendo R\$ 15,00 o comprador terá um lucro de (R\$ 15 – R\$ 13,49), ou seja, R\$ 1,51.

Para que o comprador da opção de venda não tenha lucro nem prejuízo, o valor da ação no mercado deveria ser de R\$ 8,79 (R\$ 11 – R\$ 2,21), ou seja, ela deveria cair R\$ 1,74 (R\$ 10,53 – R\$ 8,79). Se no mercado a ação estiver valendo R\$ 7,00 o vendedor terá um lucro de [R\$ 11 – (R\$ 9,21 = R\$ 7 + R\$ 2,21)], ou seja, R\$ 1,79.

Precificando opções via modelo Binomial o interesse é em saber qual o melhor valor a se pagar por uma opção do tipo europeia de compra ou venda em uma transação. Dessa forma, considere a mesma ação PETR3 utilizada para o modelo de *Black – Scholes* com dados encontrados em [B]³, referente ao mês de abril de 2016.

Considere que o preço corrente de uma ação ordinária PETR3 da Petrobrás está em R\$ 10,53, e suponha-se seis meses antes do vencimento do contrato de uma opção. O preço de exercício da opção é de R\$ 11,00. Já a taxa de juros livre de riscos vigente no mercado, referente à taxa Selic, é de 14,15% a.a. e a volatilidade da ação no mercado é de 81,17% a.a. Dado o tempo de 0,5 anos, tem-se $n = 5$ subintervalos de tempo, pois cada subintervalo equivale a 0,1 anos. Então, segue os seguintes parâmetros,

$$S = 10,53 \quad E = 11,00 \quad r = 0,1415 \quad \sigma = 0,8117 \\ T = 0,5 \quad N = 5$$

Das equações do modelo Binomial,

$$\begin{cases} p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \\ u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \\ d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \end{cases} \quad (3)$$

segue,

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{0,8117\sqrt{\left(\frac{0,5}{5}\right)}} = 1,2926$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{-0,8117\sqrt{\left(\frac{0,5}{5}\right)}} = 0,7736$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,1415\left(\frac{0,5}{5}\right)} - e^{-0,8117\sqrt{\left(\frac{0,5}{5}\right)}}}{e^{0,8117\sqrt{\left(\frac{0,5}{5}\right)}} - e^{-0,8117\sqrt{\left(\frac{0,5}{5}\right)}}} = 0,4636$$

onde, $\Delta t = \frac{T}{N}$. É possível obter os seguintes parâmetros,

$$u = 1,2926 \quad d = 0,7736 \quad p = 0,4636 \quad 1 - p = 0,5364$$

Considere apenas uma aproximação de quatro casas decimais. É possível obter o valor do ativo corrigido ao longo do tempo, basta usar os valores ascendentes u e descendentes d . Tem-se o triângulo ou árvore dos valores corrigidos,

Tabela 1 – Valor do Ativo Corrigido em R\$.

0 ano	0,1 ano	0,2 anos	0,3 anos	0,4 anos	0,5 anos
10,53	13,61	17,59	22,74	29,40	38,00
	8,15	10,53	13,61	17,59	22,74
		6,30	8,15	10,53	13,61
			4,88	6,30	8,15
				3,77	4,88
					2,92

O valor da opção de compra é dado por $C = \max\{S_T - E, 0\}$, assim caso os valores da última coluna da tabela (1) forem menores do que o preço de exercício E , tem-se o valor da opção sendo igual a zero. Com base nos parâmetros encontrados e na equação,

$$P_n = e^{-r\Delta t}[pP_{n+1} + (1 - p)P_{n+1}] \quad (4)$$

Tabela 2 – Valor da Opção de Compra em R\$.

0 ano	0,1 ano	0,2 anos	0,3 anos	0,4 anos	0,5 anos
2,43	4,47	7,47	12,05	18,55	27,00
	1,04	1,99	3,72	6,75	11,74
		0,25	0,55	1,19	2,61
			0	0	0
				0	0
					0

O valor da opção de venda é dado por $V = \max\{E - S, 0\}$, assim caso os valores da última coluna da tabela (1) forem maiores do que o preço de exercício E , tem-

se o valor da opção sendo igual a zero. Com base nos parâmetros encontrados e na equação (4)

Tabela 3 – Valor da Opção de Venda em R\$.

0 ano	0,1 ano	0,2 anos	0,3 anos	0,4 anos	0,5 anos
2,16	1,25	0,42	0	0	0
	3,29	2,00	0,80	0	0
		4,49	3,09	1,51	0
			5,82	4,54	2,85
				7,07	6,12
					8,08

Dessa forma obtém-se, os valores da opção de compra e venda,

$$\begin{cases} C(t, S) = 2,43 \\ V(t, S) = 2,16 \end{cases}$$

Nos mercados, se tem uma grande preocupação na variação da volatilidade do preço dos ativos objetos, e com a taxa de juros Selic que oscila constantemente. Com essas oscilações, os valores das opções de compra e venda sofrem grandes alterações. Os parâmetros da volatilidade e da taxa de juros afetam diretamente o valor das opções. Uma comparação dos valores das opções de compra e venda em função da volatilidade e da taxa de juros utilizando os modelos de *Black – Scholes* e Binomial se faz importante, visto que os dois modelos são utilizados em tal processo.

Tabela 4 – Prêmio da Opção em Função da Volatilidade no Modelo de *Black – Scholes*.

S (R\$)	E (R\$)	σ (% a.a.)	r (% a.a.)	(T - t) anos	C (R\$)	V(R\$)
10,53	11,00	74,17	14,15	0,5	2,29	2,01
10,53	11,00	75,17	14,15	0,5	2,32	2,04
10,53	11,00	76,17	14,15	0,5	2,35	2,07
10,53	11,00	77,17	14,15	0,5	2,38	2,10
10,53	11,00	78,17	14,15	0,5	2,41	2,12
10,53	11,00	79,17	14,15	0,5	2,43	2,15
10,53	11,00	80,17	14,15	0,5	2,46	2,18
10,53	11,00	81,17	14,15	0,5	2,49	2,21
10,53	11,00	82,17	14,15	0,5	2,52	2,24
10,53	11,00	83,17	14,15	0,5	2,55	2,26
10,53	11,00	84,17	14,15	0,5	2,57	2,29
10,53	11,00	85,17	14,15	0,5	2,60	2,32
10,53	11,00	86,17	14,15	0,5	2,63	2,35
10,53	11,00	87,17	14,15	0,5	2,66	2,38
10,53	11,00	88,17	14,15	0,5	2,69	2,40
10,53	11,00	89,17	14,15	0,5	2,71	2,43
10,53	11,00	90,17	14,15	0,5	2,74	2,46

Primeiro será feito uma comparação com base na variação da volatilidade. Então, considere o ativo sendo a ação ordinária, PETR3 da Petrobrás, e que esse ativo esteja no valor de R\$ 10,53 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 81,17% a.a., e suponha que a volatilidade do ativo varia de 1% para mais e para menos. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção. Supondo um valor de exercício de R\$ 11,00. Observe as tabelas a seguir com os valores de compra e venda, calculado através dos modelos de *Black – Scholes* e Binomial.

Tabela 5 – Prêmio da Opção em Função da Volatilidade no Modelo Binomial.

S (R\$)	E (R\$)	σ (% a.a.)	r (% a.a.)	(T - t) anos	C (R\$)	V (R\$)
10,53	11,00	74,17	14,15	0,5	2,23	1,97
10,53	11,00	75,17	14,15	0,5	2,26	2,00
10,53	11,00	76,17	14,15	0,5	2,29	2,03
10,53	11,00	77,17	14,15	0,5	2,32	2,05
10,53	11,00	78,17	14,15	0,5	2,34	2,08
10,53	11,00	79,17	14,15	0,5	2,37	2,11
10,53	11,00	80,17	14,15	0,5	2,40	2,14
10,53	11,00	81,17	14,15	0,5	2,43	2,16
10,53	11,00	82,17	14,15	0,5	2,45	2,19
10,53	11,00	83,17	14,15	0,5	2,48	2,22
10,53	11,00	84,17	14,15	0,5	2,51	2,25
10,53	11,00	85,17	14,15	0,5	2,54	2,27
10,53	11,00	86,17	14,15	0,5	2,56	2,30
10,53	11,00	87,17	14,15	0,5	2,59	2,33
10,53	11,00	88,17	14,15	0,5	2,62	2,36
10,53	11,00	89,17	14,15	0,5	2,65	2,38
10,53	11,00	90,17	14,15	0,5	2,67	2,41

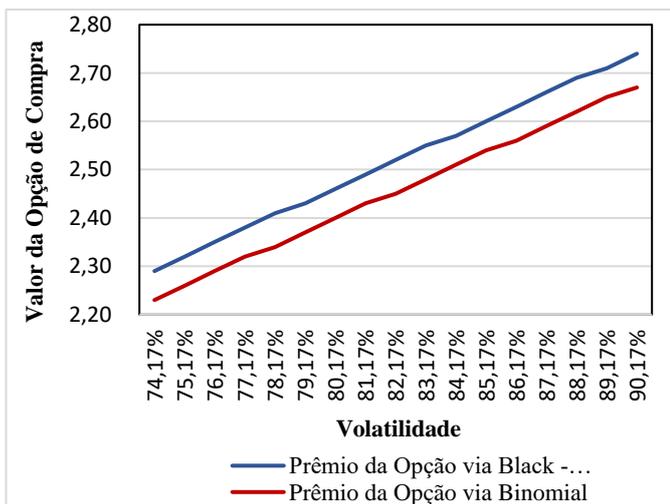


Figura 2 – Valor da Opção de Compra Calculado via *Black– Scholes* e Binomial em função da Variação da Volatilidade.

A relação entre a volatilidade e o prêmio de uma opção é praticamente linear, se a volatilidade aumenta o valor da opção aumenta, se diminui o valor da opção também diminui. Porém, para o modelo de *Black – Scholes* os valores da opção de compra são relativamente maiores do que os valores da opção de compra calculados pelo modelo Binomial. Uma variação abrupta no valor da volatilidade gera uma alteração

maior no valor da opção de compra calculado via *Black – Scholes*, ou seja, uma alteração dessas na volatilidade não é viável para um investidor caso esteja usando esse modelo.

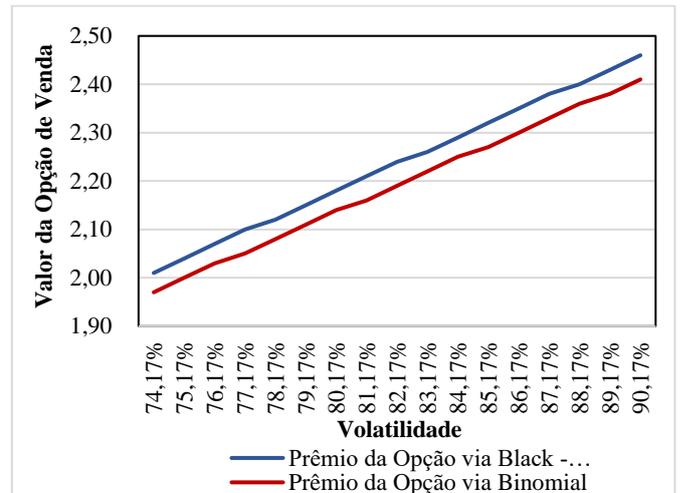


Figura 3 – Valor da Opção de Venda Calculado via *Black – Scholes* e Binomial em função da Variação da Volatilidade.

O comportamento de uma opção de venda em relação à volatilidade do ativo, é análogo ao da opção de compra. Novamente os valores da opção de venda calculados via *Black – Scholes* são maiores do que os calculados via Binomial quando se tem oscilações no valor da volatilidade.

Para a variação da taxa de juros, considere o ativo sendo a ação ordinária, PETR3 da Petrobrás, e que esse ativo esteja no valor de R\$ 10,53 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 81,17% a.a. Com uma taxa de juros de 14,15% a.a., e suponha que a taxa de juros varia de 1% para mais e para menos. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção. Supondo um valor de exercício de R\$ 11,00. Observe as tabelas a seguir com os valores de compra e venda, calculado através dos modelos de *Black – Scholes* e Binomial.

Tabela 6 – Prêmio da Opção em Função da Taxa de Juros no Modelo de *Black - Scholes*.

S (R\$)	E (R\$)	σ (% a.a.)	r (% a.a.)	(T - t) anos	C (R\$)	V (R\$)
10,53	11,00	81,17	6,15	0,5	2,33	2,46
10,53	11,00	81,17	7,15	0,5	2,35	2,43
10,53	11,00	81,17	8,15	0,5	2,37	2,40
10,53	11,00	81,17	9,15	0,5	2,39	2,37
10,53	11,00	81,17	10,15	0,5	2,41	2,33
10,53	11,00	81,17	11,15	0,5	2,43	2,30
10,53	11,00	81,17	12,15	0,5	2,45	2,27
10,53	11,00	81,17	13,15	0,5	2,47	2,24
10,53	11,00	81,17	14,15	0,5	2,49	2,21
10,53	11,00	81,17	15,15	0,5	2,51	2,18
10,53	11,00	81,17	16,15	0,5	2,53	2,15
10,53	11,00	81,17	17,15	0,5	2,55	2,12
10,53	11,00	81,17	18,15	0,5	2,57	2,09
10,53	11,00	81,17	19,15	0,5	2,59	2,06
10,53	11,00	81,17	20,15	0,5	2,62	2,03
10,53	11,00	81,17	21,15	0,5	2,64	2,00
10,53	11,00	81,17	22,15	0,5	2,66	1,97

Tabela 7 – Prêmio da Opção em Função da Taxa de Juros no Modelo Binomial.

S(R\$)	E (R\$)	σ (%a.a)	r(% a.a)	(T - t) anos	C(R\$)	V(R\$)
10,53	11,00	81,17	6,15	0,5	3,52	1,12
10,53	11,00	81,17	7,15	0,5	3,77	0,96
10,53	11,00	81,17	8,15	0,5	4,02	0,81
10,53	11,00	81,17	9,15	0,5	4,29	0,68
10,53	11,00	81,17	10,15	0,5	2,34	2,27
10,53	11,00	81,17	11,15	0,5	2,36	2,25
10,53	11,00	81,17	12,15	0,5	2,38	2,22
10,53	11,00	81,17	13,15	0,5	2,41	2,19
10,53	11,00	81,17	14,15	0,5	2,43	2,16
10,53	11,00	81,17	15,15	0,5	2,45	2,14
10,53	11,00	81,17	16,15	0,5	2,47	2,11
10,53	11,00	81,17	17,15	0,5	2,49	2,08
10,53	11,00	81,17	18,15	0,5	2,51	2,06
10,53	11,00	81,17	19,15	0,5	2,53	2,03
10,53	11,00	81,17	20,15	0,5	2,56	2,01
10,53	11,00	81,17	21,15	0,5	2,58	1,98
10,53	11,00	81,17	22,15	0,5	2,60	1,95

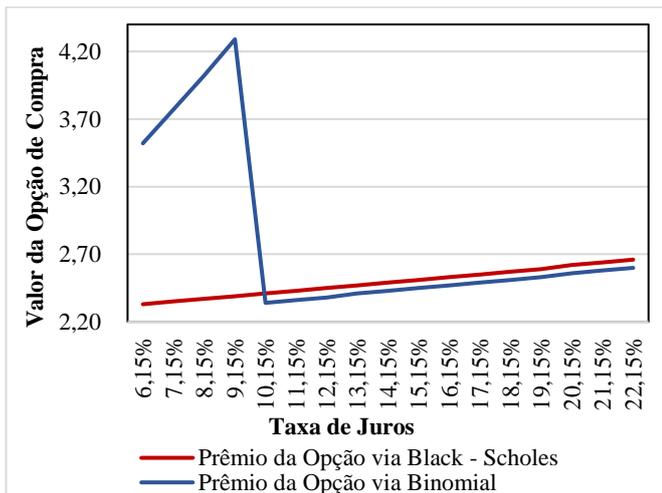


Figura 4 – Valor da Opção de Compra Calculado via Black – Scholes e Binomial em função da Variação da Taxa de Juros.

A taxa de juros afeta diretamente no preço das opções, ou seja, quando a taxa de juros sobe no mercado o preço do ativo objeto tende a aumentar, ocorrendo um acréscimo no preço da opção de compra. Caso o preço do ativo subir com o aumento da taxa de juros, ocorre uma baixa no valor da opção de venda. No gráfico acima quando a taxa de juros aumenta no mercado, automaticamente o valor do ativo sobe, com isso ocorre um aumento direto no valor da opção de compra. Caso tenha uma queda da taxa de juros o valor da opção de compra tende a cair, esse fato serve para o modelo de Black – Scholes.

Para o modelo Binomial observa-se um fato estranho. Para valores pequenos da taxa de juros, ao contrário do modelo de Black – Scholes, o valor da opção de compra aumenta consideravelmente. Depois, tem-se uma queda de valor em relação ao modelo de Black – Scholes, se mantendo com crescimento no valor da opção quando a taxa de juros aumenta, porém com valores não tão distantes do modelo de Black – Scholes.

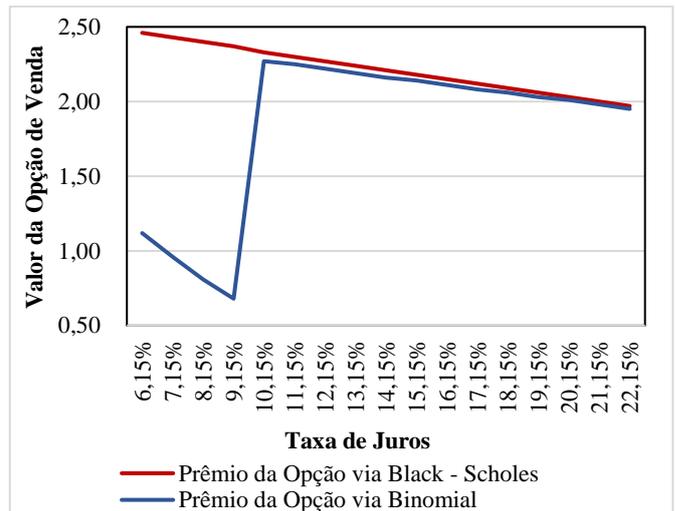


Figura 5 – Valor da Opção de Venda Calculado via Black – Scholes e Binomial em função da Variação da Taxa de Juros.

O contrário do que acontece com a opção de compra se a taxa de juros aumenta, o valor da opção de venda diminui, isso se deve ao alto valor do ativo objeto no mercado. Se a taxa de juros diminui ocorre um aumento no valor da opção de venda devido à queda do ativo objeto. Como pode ser observado no modelo de Black – Scholes. No modelo Binomial, para menores valores da taxa de juros tem-se uma queda no valor da opção de venda, diferente do que ocorre em Black – Scholes. De maneira que a taxa de juros aumenta, o valor da opção tem um aumento significativo, porém menor do que em Black – Scholes.

6. Conclusão

Na figura (1), é feita uma variação do valor da ação ordinária PETR3 quando se aproxima da maturidade da opção. O gráfico expressa o valor da opção de compra em vários momentos. É possível perceber que com o passar do tempo se o valor do ativo aumentar o valor da opção tende a aumentar. Ao se aproximar da data de maturidade, o valor da opção tende a cair. Neste caso, fica evidente uma comparação entre o valor da opção de compra em relação ao valor do ativo e o tempo.

O valor da opção de compra e venda calculado pelo modelo Black – Scholes é

$$\begin{cases} C(t, S) = 2,49 \\ V(t, S) = 2,21 \end{cases}$$

e o valor da opção de compra e venda calculado através do modelo Binomial é

$$\begin{cases} C(t, S) = 2,43 \\ V(t, S) = 2,16 \end{cases}$$

Para o exemplo do valor da opção de compra e venda da ação ordinária PETR3, o modelo Binomial traz valores mais favoráveis para um investidor. Como no modelo Binomial é possível transformar um tempo discreto em tempo contínuo, de maneira que se aumente o número N de subintervalos os valores da opção de compra e venda tende a diminuir ao longo do tempo como pode ser ver em (Assis, 2005).

A relação entre a volatilidade e o prêmio de uma opção é praticamente linear, então nas figuras (2) e (3) é visto um aumento no valor da opção de compra calculado no modelo de Black – Scholes quando há uma variação no valor da volatilidade. Esse aumento é relativamente maior do que ocorre com os valores da opção de compra via Binomial. Esse fato ocorre, pois no modelo de Black – Scholes a volatilidade é considerada constante ao longo do período de maturidade não correspondendo exatamente o que ocorre nos mercados. Uma variação abrupta no valor da volatilidade gera uma alteração maior no valor da opção de compra e venda calculado via Black – Scholes, ou seja, uma alteração dessas na volatilidade não é viável para um investidor caso esteja usando esse modelo.

Já as figuras (4) e (5) mostram os valores das opções de compra e venda calculados via Black – Scholes e Binomial em função da variação da taxa de juros nos mercados. Na figura (4), para valores menores da taxa de juros o valor da opção de compra é alto quando calculado pelo modelo de Binomial, diferentemente do que ocorre com o modelo de Black – Scholes. Ainda na figura (4) depois da taxa 9,15% o valor da opção de compra calculado pelo modelo Binomial tem uma queda drástica em relação aos valores da opção de compra calculados pelo modelo de Black – Scholes. Na figura (5), ocorre o contrário da figura (4), quando se tem valores menores da taxa de juros o valor da opção de venda é pequeno calculado pelo modelo Binomial do que em Black – Scholes. Em seguida o valor da opção de venda no modelo Binomial diminui em relação ao calculado do modelo de Black – Scholes. Através destes resultados é possível entender um pouco de como funciona o modelo de Black – Scholes e Binomial e suas variáveis, expandindo conceitos matemáticos que não são abordados diretamente no mercado financeiro.

Existe no mercado atual uma imensa diversidade de derivativos negociados em bolsas de valores do mundo todo. Essas operações com derivativos entre empresas e pessoas físicas são comuns nos dias de hoje. O crescimento do mercado de finanças se deve a busca constante por meio de seguros, de proteção para as negociações.

Um modelo matemático é considerado satisfatório quando está de acordo com dados reais vividos na prática, ou seja, o modelo é capaz de descrever com certeza os eventos que modela. No mercado atual usam-se o modelo de Black, Merton e Scholes para a precificação de opções, porém existem várias críticas a respeito de tal modelo. Este modelo aceita que os preços dos ativos objetos seguem um movimento Browniano e que possuem uma distribuição log-normal. Outra ideia adotada é considerar que a volatilidade é constante. Porém, alguns autores como pode ser visto em (Catignani, 2003), defendem que a distribuição dos retornos dos ativos não é normal. Isto quer dizer que o processo estocástico considerado que é o movimento Browniano, pode ser mais bem ajustado, ou substituído por outro processo estocástico. Assim, surge um leque de oportunidades para novas pesquisas em outros modelos de precificação de opções. Críticos do modelo não aceitam que a volatilidade é constante, pelo simples fato de existir outros modelos como que traduzem melhor o comportamento da volatilidade. Portanto à medida que processos estocásticos aparecem para descrever o comportamento dos mercados, os modelos de apreçamento de opções vão surgindo e gerando uma gama de impactos com modelos já existentes.

O modelo satisfaz as condições para gerar preços justos e livres de arbitragem para opções do tipo europeia. No entanto, no mundo real nos mercados onde o que se interessa é os lucros, é encontrado mercados instáveis, impossibilitando balanceamentos contínuos como carece o modelo de Black – Scholes.

O modelo de Black – Scholes considera que o mercado é perfeito, ou seja, que não existe variações nos preços dos ativos objetos, mas muitos investidores ainda continuam usando esse modelo. Porém, os mercados não são perfeitos, mas o avanço estabelecido pelas limitações das hipóteses do modelo ajudou vários outros acadêmicos a construir modelos que melhor interpretam o mercado. O mercado financeiro só pode expandir, crescer, se houver maior conhecimento a seu respeito. Este conhecimento pode ser entendido como agentes e/ou parâmetros que influenciam no processo de formação de preços e valores que cercam as opções do tipo europeu. O modelo de Black – Scholes serve como ferramenta básica para entender a volatilidade do mercado e os preços dos ativos subjacentes negociados nas bolsas de valores. O que é preciso ficar claro aqui em relação à aceitação do modelo, é que para curtos períodos de tempo o modelo funciona com êxito, quando há ajustes dos parâmetros. Outro fator que levou sua aceitação no mercado foi sua ampla divulgação a partir de 1973, (Oga, 2007), atribuindo ainda avanços tecnológicos como sua implantação em calculadoras de fácil manejo.

O modelo de Cox, Ross e Rubinstein é muito simples de ser utilizado e pode ser desenvolvido para diversos tipos de opções, (Cox et al., 1985). Na árvore binomial é possível analisar período a período, e ver como o ativo está se comportando ao longo da maturidade da opção. Em questão de desempenho computacional o modelo apresenta um baixo custo benefício em seu manuseio. Quanto sua estrutura e compreensão, o modelo é facilmente encontrado na literatura, facilitando o seu acesso e implementação. Porém, mesmo que o modelo Binomial seja diversificado para outros tipos de opções, ele apresenta uma certa complexidade ao precificar outras opções. Essa dificuldade está no fato de sua programação e no nível de incerteza que o ativo objeto pode exercer sobre o valor da opção. A principal vantagem de se utilizar o modelo de Black – Scholes ao invés do modelo Binomial é sua velocidade de calcular o valor da opção, porém como ele calcula somente um valor em um dado momento, ele não consegue calcular o valor de uma opção que pode ser exercida a qualquer momento. E como o modelo Binomial divide o espaço de tempo até a expiração utilizando uma árvore binomial de preços avançando a partir do momento presente é um facilitador em momentos de mercados turbulentos. A árvore binomial mostra todos os caminhos possíveis que o preço da opção pode correr durante seu tempo de maturidade e o valor em cada passo é calculado retornando ao presente. O modelo de Black – Scholes se baseia num conjunto de parâmetros constantes até o fim da maturidade da opção, esse fato não ocorre no mundo real. Então, o modelo da árvore de decisões seria o mais ideal num mercado oscilatório. Pode-se concluir que o modelo de Black – Scholes apresenta melhor estabilidade comparativa do que o modelo Binomial que apresenta saltos nos valores, dificultando as comparações entre as variáveis e os valores das opções.

Devido a esses complicadores que fazem com que a área de finanças não esteja completa, constituindo um desafio tanto para acadêmicos quanto para outros interessados no assunto, tendo uma incessante busca pelo método ideal para

precificar opções. Através dessas especulações nos mercados de opções, fica constatado que é possível o produtor rural realizar um investimento diferente do trabalho no campo. Sendo esse investimento uma forma de renda capaz de ajudar nas atividades do campo e mesmo podendo ser uma obtenção de renda quando as produções não forem favoráveis. Utilizar do modelo de Black – Scholes para precificar opções pode ser uma ferramenta fundamental para o produtor rural, também pode ser utilizado o modelo Binomial. Caso o produtor rural utilize os modelos para um cenário onde se há uma grande variação na volatilidade o ideal é utilizar o modelo Binomial que apresenta melhores resultados. Caso o cenário esteja com uma variação da taxa de juros o ideal é se utilizar o modelo de Black – Scholes. O objetivo proposto não é retirar o produtor do seu meio de trabalho, mas sim dar-lhe uma alternativa viável para se obter uma nova fonte de renda.

Referências

- Amaral, L., 1988. *Do Jequitinhonha aos canaviais*. Belo Horizonte. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.
- ARMICOPA – Associação Regional Mucuri de Cooperação dos Pequenos Agricultores, 2005. *Diagnóstico Participativo da Agricultura Familiar do Território do Vale do Mucuri - MG*. Teófilo Otoni, s.n.p.
- Assis, T.P., 2005. *Agricultura familiar e gestão social: ONGs, poder público e participação na construção do desenvolvimento*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Lavras.
- Bonotto, E.M.A., 2008. *Equação de Black-Scholes com ação impulsiva*. Tese Doutorado. Universidade de São Paulo.
- Bovespa – Bolsa de Valores de São Paulo, 2010. *Mercado futuro de ações*. São Paulo. [online] Disponível em: <<http://fernandonogueiracosta.files.wordpress.com/2010/03/mercado-futuro-de-acoes.pdf>>. [Acessado 28 Janeiro de 2020].
- B3.COM, 2020. *Brasil, Bolsa, Balcão*. [online] Disponível em: <http://www.b3.com.br/pt_br/>. [Acessado 28 Janeiro de 2020].
- Brandenburg, A., 1999. *Agricultura familiar, ONGs e desenvolvimento sustentável*. Curitiba: UFPR.
- Catignani, G., 2003. *O método das opções reais aplicado na avaliação das oportunidades de investimento no setor de seguros*. Dissertação de Mestrado. Fundação Getúlio Vargas. Rio de Janeiro.
- Cox, J.C., Ross, S.A. and Rubinstein, M., 1979. *Option pricing: A simplified Approach*. Journal of Financial Economics, 7(3), pp.229-263. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1)
- Cox, J.C. and Rubinstein, M., 1985. *Option Markets*. Prentice-Hall.
- Cunha, A.S., 2002. *Um seguro agrícola eficiente*. Brasília: Universidade de Brasília, 2002.
- Druker, P.F., 1997. *Administração de Organizações sem fins lucrativos: princípios e práticas*. 5 ed. São Paulo: Pioneira.
- Dulci, O.S., 1999. *Política e recuperação econômica em Minas Gerais*. Belo Horizonte: UFMG.
- Fischer, B. and Scholes, M., 1973. *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy, 81(3), pp.637-654. <https://doi.org/10.1086/260062>.
- Frantz, W., 2002. *Desenvolvimento local, associativismo e cooperação*. [online] Disponível em: <<http://www.uni-jui.tche.br/~dcre/frantz.html>>. [Acessado 28 janeiro 2020].
- Oga, L.F., 2007. *A teoria da ciência no modelo de Black-Scholes de apreçamento de ações*. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo.
- Peixoto, M., 2014. *Mudanças e desafios da extensão rural no Brasil e no mundo*. In: A.M. Buainain et al. *O mundo rural no Brasil do século 21: a formação de um novo padrão agrário e agrícola*. Brasília: Embrapa, 2014.